

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab.

Mathematisk-fysiske Meddelelser. **XIII**, 5.

ZWEI BAHNKLASSEN IM PROBLÈME RESTREINT

VON

JENS P. MÖLLER

MIT 2 TAFELN



KØBENHAVN

LEVIN & MUNKSGAARD

EJNAR MUNKSGAARD

1935

Printed in Denmark.
Bianco Lunos Bogtrykkeri A/S.

Die zwei Bahnklassen, die hier behandelt werden sollen, sind die folgenden: I. Die retrograden Bahnen um die eine Masse und II. Die Librationen um den Librationspunkt L_1 . In beiden Fällen ist die Entwicklung bis zum definitiven Abschluss der Klassen verfolgt worden.

Die erste Behandlung dieser zwei Klassen ist für I von C. BURRAU und E. STRÖMGREN¹ und von J. FISCHER-PETERSEN², für II von C. BURRAU und E. STRÖMGREN³ gegeben worden. Der unterzeichnete hat die Fortsetzung der Untersuchung dieser zwei Klassen übernommen. Die Hauptresultate sind in der Publikation 60 des Kopenhagener Observatoriums (A. N. 5574) mitgeteilt worden; in der vorliegenden Abhandlung werden die gesamten Resultate der numerischen Rechnung gegeben.

I. Die retrograden Bahnen um die eine Masse und ihre Fortsetzung. Die Fig. a—f, Tafel I, zeigen die Entwicklung dieser Klasse. Sie fängt mit unendlich kleinen retrograden Kreisbahnen um m_2 an, mit einem unendlich grossen Wert der Jacobischen Konstante K . Mit wachsenden Dimensionen der Bahnen nimmt der K -Wert ab, die Bahn aber ist immer noch bei einem Radius von etwa 1 fast kreisförmig (Fig. a). Nachher tritt an der der Masse m_1 zu-

¹ A. N. 4836 (Publ. Kopenh. 23).

² A. N. 4837 (Publ. Kopenh. 23).

³ A. N. 4721 (Publ. Kopenh. 18).

gewandten Seite eine Einbuchtung auf (Fig. b), und die weitere Entwicklung führt zu einer Bahn mit Ejektion in m_1 (Fig. c) [l. c.¹].

Der K -Wert variiert, er steigt und fällt abwechselnd⁴; die weitere Entwicklung der Klasse ersieht man aus Fig. d, e und f. Wenn man diese Figuren betrachtet, wird man auf eine Weiterentwicklung nach dem folgenden Schema schließen: Nach der Ejektionsbahn kommt eine Bahn mit Schleife um m_2 ; diese Schleife erweitert sich bis zur Ejektionsbahn in m_1 , u. s. w. In dieser Weise entstehen Bahnen mit einer immer zunehmenden Anzahl Windungen. In der Publ. 60 ist gezeigt worden, dass die Entwicklung der Klasse tatsächlich in dieser Weise vor sich geht.

Wir haben in Publ. 60 die Gleichung einer Bahn für die unendlich kleine Masse abgeleitet, die unter der Voraussetzung zu Stande kommt, dass wir uns die zwei endlichen Massen im Anfangspunkt des Koordinatensystems vereinigt und die Bewegung im absoluten Koordinatensystem als geradlinig von diesem Punkt ausgehend denken, bis zu einer bestimmten Maximaldistanz, wo sie umkehrt und wieder — geradlinig — in den Anfangspunkt einstürzt, u. s. w. Wenn die unter diesen Voraussetzungen geltende Bewegungsgleichung für die unendlich kleine Masse auf das rotierende Koordinatensystem (ϱ, θ) bezogen wird, erhalten wir die folgende Gleichung:

$$\theta - \theta_0 = \sqrt{\frac{16\varrho}{K^2} - \frac{\varrho^2}{K} - \frac{8}{K^{3/2}}} \cdot \arccos\left(1 - \frac{K\varrho}{8}\right) \quad (1)$$

In der Publ. 60 ist diese theoretische Bewegung mit derjenigen der gerechneten Bahnen, bei der die unendlich

⁴ In bezug auf die Charakteristik der Klasse (die Abhängigkeit des K -wertes von den Anfangswerten) s. Publ. 60.

kleine Masse sich am weitesten von dem Anfangspunkt entfernt (der Bahn Fig. f), verglichen. Sie gab eine gute Übereinstimmung in bezug sowohl auf Form wie auf Umlaufzeit.

II. Die Librationen um L_1 und ihre Fortsetzung.

Die Fig. g—l, Tafel II, zeigt die Entwicklung dieser Klasse. Die unendlich kleinen Librationen um L_1 sind Ellipsen, deren grosse Achse in der η -Achse und deren kleine Achse in der ξ -Achse fällt. Das Verhältniß der zwei Achsen ist

$$\frac{\sqrt{8\sqrt{2}-3}}{4\sqrt{2+7}} = 0.227\ 8093 \text{ (s. C. BURRAU und E. STRÖMGREN$$

l. c.³). K hat den Wert 16. Wenn wir die Entwicklung der Klasse verfolgen, nimmt K anfangs ab, die Bahnen bleiben sehr nahe elliptisch mit nahezu demselben Verhältniß zwischen den beiden Achsen. Innerhalb der Zeichnungsgenauigkeit gilt dies immer noch bei der Bahn Fig. g. Nachher treten Einbuchtungen rechts und links auf (Fig. h), und allmählich kommt man — mit variierenden K -Werten⁵ — zur Ejektionsbahn in m_1 und m_2 (Fig. i). In der Publ. 60 ist die weitere Entwicklung erwähnt worden; sie geht aus Fig. j—l hervor und ist der oben besprochenen Entwicklung der retrograden Bahnen um m_2 vollständig analog, indem man auch hier mit einer Bewegung zu tun hat, die im festen Achsensystem angenähert geradlinig vor sich geht und in dem rotierenden Achsensystem durch dieselbe Gleichung (1) wie die vorige Klasse dargestellt wird.

Wie oben erwähnt, ist das erste Gebiet der Entwicklung der jetzt besprochenen beiden Bahnklassen von C. BURRAU und E. STRÖMGREN behandelt worden. Die Bahnen Fig. a—c

⁵ In bezug auf die Charakteristik s. Publ. 60.

finden sich l. c.¹, während die Bahnen Fig. g—i die in l. c.³ beschriebene Entwicklung wiedergibt. Die Bahnen Fig. g und Fig. h sind jedoch später gerechnet worden, s. die Übersicht über die gerechneten Bahnen auf S. 7 (Bahnen 1—4).

Die numerischen Resultate, die die Entwicklung der zwei Klassen über die Ejektionsbahnen in Fig. c und Fig. i hinaus geben, sind die Bahnen 5—11 in der Übersicht auf S. 7. Es handelt sich um 6 direkt gerechnete Bahnen (die Bahnen 5, 6, 8, 9, 10 und 11), mit Hilfe deren die 6 periodischen Bahnen Fig. d—f und Fig. j—l interpoliert oder extrapoliert sind, die eine (Bahn 7, Fig. e) numerisch, die anderen graphisch. Dass die Anzahl direkt gerechneter Bahnen so verhältnismässig gering ist, liegt daran, dass vorher, vor den 5-stellig gerechneten Bahnen, eine Anzahl mit Rechenschieber und entsprechend geringerer Genauigkeit (3 Stellen in den Koordinaten) gerechnet wurden. Diese Bahnen dienten als Unterlage für die Ermittlung der Anfangswerte der nachher 5-stellig gerechneten Bahnen. Der wesentlichste Teil der 5-stelligen Rechnungen ist von den Herren N. BENNEDSEN (Helsingör), F. BURMEISTER (München) und M. LÖKKEGAARD (Kopenhagen) und von Frl. E. MACKEPRANG und Frau G. SKADE (beide Kopenhagen) ausgeführt worden.

Im folgenden geben wir zunächst eine Übersicht über die Anfangswerte und die K -Werte für alle oben besprochenen 5-stellig gerechneten und für die in den Figuren gezeichneten Bahnen dieser zwei Klassen und darnach die numerischen Resultate für die bisher nicht veröffentlichten 5-stelligen Bahnrechnungen.

ÜBERSICHT ÜBER DIE GERECHNETEN UND GEZEICHNETEN BAHNEN. DIE NUMMERN DER ERSTEN KOLONNE BEZIEHEN SICH AUF DIE NEU GERECHNETEN BAHNEN.

Bahn Nr.	Gerechnete Bahnen	Retrograde Bahnen um m_2 .	Gezeichnete periodische Bahnen. Librationen um L_1 .
1.	$F_0 = 0, E'_0 = 0$ $E_0 = +1.5, K = 5.40091$ $E_0 = +2.2, K = 4.191$ $E_0 = 0, K = 7.1776$ $E_0 = +1.425, K = 13.8$ $K = 14.0$	Fig. a. Numerisch interpoliert ¹ Fig. b. Numerisch interpoliert ¹ Fig. c. Numerisch interpoliert ¹	{ Fig. g. $K = 13.90$. Graphisch interpoliert } { Fig. h. $K = 9.7$. Graphisch extrapoliert }
2.	$E_0 = +0.9, K = 9.8$ $K = 10.0$		Fig. i. Numerisch interpoliert ²
3.	$E_0 = 0, K = 8.7316$		
4.	$\eta_0 = 0, \xi'_0 = 0$ $\xi_0 = 0, K = 0.4$ $K = 0.8$ $\xi_0 = +0.4, K = 0.7386$ periodisch	Fig. d. $K = 1.18$. Graphisch extrapoliert Fig. e.	{ Fig. l. $K = 0.59$. Graphisch interpoliert }
5.	$K = 0.8$ $K = 0.8$ $K = 1.0$	Fig. e = Bahn 7, $K = 0.7386$. Numerisch extrapoliert	{ Fig. j. $K = 1.8$. Graphisch extrapoliert }
6.	$K = 0.8$ $K = 1.0$		
7.	$K = 0.8$ $K = 1.0$		
8.	$F_0 = 0, E'_0 = 0$ $E_0 = 0, K = 5.9$ $K = 6.0$	Fig. f. $K = 5.9612$. Graphisch interpoliert	{ Fig. k. $K = 6.5$. Graphisch extrapoliert }
9.			
10.			
11.			

¹ C. BURRAU und E. STRÖMGREN I. c.¹² C. BURRAU und E. STRÖMGREN I. c.³

Bahn 1.

$$E_0 = + 1.425, \quad K = 13.8$$

ψ	E	F	ξ	η
0.00	+ 1.42500	0.00000	+ 0.14528	0.00000
0.04	1.42578	+ 0.06330	0.14480	— 0.06268
0.08	1.42816	0.12598	0.14330	0.12504
0.12	1.43217	0.18742	0.14062	0.18671
0.16	1.43788	0.24698	0.13659	0.24730
0.20	1.44536	0.30396	0.13092	0.30624
0.24	1.45469	0.35764	0.12329	0.36285
0.28	1.46594	0.40728	0.11347	0.41633
0.32	1.47914	0.45209	0.10104	0.46569
0.36	1.49426	0.49132	0.08588	0.50983
0.40	1.51120	0.52419	0.06793	0.54755
0.44	1.52978	0.55004	0.04736	0.57771
0.48	1.54976	0.56828	0.02452	0.59924
0.52	1.57078	0.57847	+ 0.00002	0.61128
0.56	1.59246	0.58032	— 0.02541	0.61331
0.60	+ 1.61439	+ 0.57376	— 0.05095	— 0.60518

Bahn 2.

$$E_0 = + 1.425, \quad K = 14.0$$

ψ	E	F	ξ	η
0.00	+ 1.42500	0.00000	+ 0.14528	0.00000
0.04	1.42566	+ 0.06078	0.14489	— 0.06018
0.08	1.42767	0.12096	0.14369	0.12002
0.12	1.43104	0.17994	0.14156	0.17915
0.16	+ 1.43584	+ 0.23711	+ 0.13835	— 0.23715

ψ	E	F	ξ	η
0.20	+ 1.44210	+ 0.29180	+ 0.13384	- 0.29350
0.24	1.44986	0.34335	0.12783	0.34759
0.28	1.45916	0.39105	0.12003	0.39860
0.32	1.47000	0.43420	0.11027	0.44569
0.36	1.48230	0.47207	0.09842	0.48788
0.40	1.49593	0.50401	0.08449	0.52415
0.44	1.51069	0.52943	0.06869	0.55351
0.48	1.52630	0.54780	0.05132	0.57504
0.52	1.54240	0.55876	0.03294	0.58805
0.56	1.55859	0.56207	+ 0.01419	0.59209
0.60	+ 1.57442	+ 0.55770	- 0.00420	- 0.58705

Bahn 3.

$$E_0 = + 0.9, \quad K = 9.8.$$

ψ	E	F	ξ	η
0.00	+ 0.90000	0.00000	+ 0.62161	0.00000
0.04	0.89925	+ 0.12788	0.62708	- 0.10039
0.08	0.89714	0.25566	0.64435	0.20199
0.12	0.89418	0.38318	0.67270	0.30612
0.16	0.89118	0.51017	0.71207	0.41425
0.20	0.88939	0.63620	0.76173	0.52815
0.24	0.89050	0.76060	0.81991	0.64996
0.28	0.89667	0.88244	0.88345	0.78243
0.32	0.91057	1.00042	0.94668	0.92875
0.36	0.93524	1.11288	1.00078	1.09224
0.40	0.97389	1.21775	1.03302	1.27523
0.44	1.02946	1.31257	1.02665	1.47689
0.48	1.10397	1.39448	0.96331	1.68996
0.52	1.19766	1.46050	0.82755	1.89775
0.56	+ 1.30830	+ 1.50774	+ 0.61472	- 2.07399

ψ	E	F	ξ	η
0.60	+ 1.43090	+ 1.53378	+ 0.33826	— 2.18839
0.64	1.55800	1.53734	+ 0.03115	2.21845
0.68	1.68126	1.51847	— 0.26371	2.15986
0.72	+ 1.79304	+ 1.47867	— 0.50860	— 2.02845

Bahn 4.

$$E_0 = + 0.9, \quad K = 10.0.$$

ψ	E	F	ξ	η
0.00	+ 0.90000	0.00000	+ 0.62161	0.00000
0.04	0.89915	+ 0.12711	0.62730	— 0.09979
0.08	0.89675	0.25408	0.64440	0.20065
0.12	0.89326	0.38074	0.67287	0.30386
0.16	0.88950	0.50678	0.71242	0.41071
0.20	0.88666	0.63174	0.76237	0.52279
0.24	0.88635	0.75494	0.82114	0.64207
0.28	0.89065	0.87542	0.88569	0.77095
0.32	0.90208	0.99191	0.95083	0.91231
0.36	0.92349	1.10278	1.00843	1.06916
0.40	0.95788	1.20606	1.04688	1.24369
0.44	1.00796	1.29942	1.05106	1.43544
0.48	1.07557	1.38030	1.00454	1.63855
0.52	1.16096	1.44602	0.89289	1.83926
0.56	1.26217	1.49408	0.71073	2.01543
0.60	1.37476	1.52247	0.46764	2.14088
0.64	1.49222	1.53008	+ 0.18975	2.19422
0.68	1.60698	1.51701	— 0.08641	2.16817
0.72	+ 1.71201	+ 1.48455	— 0.32649	— 2.07236

Bahn 5.

$$\xi_0 = 0, \quad K = 0.4.$$

t	ξ	η	t	ξ	η
0.00	0.00000	0.00000	2.4	-2.25779	+4.12923
0.05	-0.00988	-0.19659	2.5	1.85262	4.43081
0.10	0.03962	0.38807	2.6	1.40878	4.68854
0.15	0.08920	0.57033	2.7	0.93141	4.89782
0.20	0.15808	0.74050	2.8	-0.42615	5.05466
0.25	0.24518	0.89664	2.9	+0.10093	5.15573
0.30	0.34897	1.03742	3.0	0.64340	5.19840
0.35	0.46772	1.16192	3.1	1.19454	5.18078
0.40	0.59955	1.26944	3.2	1.74742	5.10174
0.45	0.74259	1.35949	3.3	2.29499	4.96097
0.50	0.89496	1.43176	3.4	2.83020	4.75896
0.55	1.05486	1.48608	3.5	3.34605	4.49699
0.60	1.22050	1.52239	3.6	3.83570	4.17717
			3.7	4.29253	3.80239
0.7	1.56228	1.54138	3.8	4.71030	3.37628
0.8	1.90759	1.49050	3.9	5.08319	2.90321
0.9	2.24496	1.37308	4.0	5.40588	2.38819
1.0	2.56424	1.19360	4.1	5.67364	1.83685
1.1	2.85663	0.95751	4.2	5.88212	1.25532
1.2	3.11460	0.67096	4.3	6.02887	0.65022
1.3	3.33187	-0.34061	4.4	6.11043	+0.02851
1.4	3.50332	+0.02654	4.5	6.12530	-0.60261
1.5	3.62490	0.42330	4.6	6.07255	1.23574
1.6	3.69356	0.84232	4.7	5.95208	1.86341
1.7	3.70716	1.27624	4.8	5.76462	2.47820
1.8	3.66446	1.71770	4.9	5.51174	3.07279
1.9	3.56504	2.15942	5.0	5.19581	3.64008
2.0	3.40932	2.59424	5.1	4.81999	4.17326
2.1	3.19845	3.01520	5.2	4.38815	4.66595
2.2	2.93436	3.41558	5.3	3.90486	5.11214
2.3	-2.61970	+3.78894	5.4	+3.37532	-5.50647

t	ξ	η	t	ξ	η
5.5	+2.80528	-5.84410	6.0	-0.42050	-6.56137
5.6	2.20100	6.12087	6.1	1.09033	6.49713
5.7	1.56915	6.33332	6.2	1.75092	6.36288
5.8	0.91673	6.47872	6.3	-2.39480	-6.15990
5.9	+0.25103	-6.55512			

Bahn 6.

 $\xi_0 = 0, K = 0.8.$

t	ξ	η	t	ξ	η
0.00	0.00000	0.00000	1.04	-2.63362	-1.06323
0.04	-0.00624	-0.15550	1.12	2.85036	0.86100
0.08	0.02501	0.30836	1.20	3.04334	0.62848
0.12	0.05636	0.45631	1.28	3.20953	0.36930
0.16	0.10016	0.59756	1.36	3.34645	-0.08722
0.20	0.15608	0.73082			
0.24	0.22355	0.85513	1.52	3.52478	+0.53037
0.28	0.30179	0.96978	1.68	3.56736	1.19359
0.32	0.38996	1.07424	1.84	3.46942	1.87215
0.36	0.48712	1.16808	2.00	3.23176	2.53676
0.40	0.59230	1.25100	2.16	2.86026	3.15968
0.44	0.70452	1.32272	2.32	2.36540	3.71524
0.48	0.82285	1.38310	2.48	1.76198	4.18042
0.52	0.94630	1.43200	2.64	1.06849	4.53536
0.56	1.07396	1.46938	2.80	-0.30666	4.76394
0.60	1.20492	1.49524	2.96	+0.49916	4.85427
0.64	1.33828	1.50962	3.12	1.32285	4.79906
			3.28	2.13717	4.59594
0.72	1.60886	1.50437	3.44	2.91479	4.24754
0.80	1.87928	1.45494	3.60	3.62912	3.76165
0.88	2.14366	1.36324	3.76	4.25530	3.15090
0.96	-2.39667	-1.23172	3.92	+4.77108	+2.43245

t	ξ	η	t	ξ	η
4.08	+5.15772	+1.62752	5.20	+3.66716	-4.20051
4.24	5.40068	+0.76052	5.36	2.92441	4.74362
4.40	5.49029	-0.14163	5.52	2.10072	5.15091
4.56	5.42209	1.05068	5.68	1.22150	5.41055
4.72	5.19698	1.93804	5.84	+0.31375	5.51548
4.88	4.82120	2.77582	6.00	-0.59476	5.46354
5.04	+4.30600	-3.53783	6.16	-1.47640	-5.25755

Bahn 7.

Periodisch.

$$\xi_0 = +0.4, \quad K = 0.7386.$$

t	ξ	η	t	ξ	η
0.0000	+0.40000	0.00000	0.275	+0.31054	-1.05113
0.0125	0.40007	-0.05369	0.300	0.28359	1.13120
0.0250	0.40025	0.10723	0.325	0.25296	1.20880
0.0375	0.40050	0.16047	0.350	0.21872	1.28396
0.0500	0.40074	0.21326	0.375	0.18100	1.35654
0.0625	0.40088	0.26556	0.400	0.13982	1.42656
0.0750	0.40080	0.31724	0.425	0.09529	1.49397
0.0875	0.40042	0.36828	0.450	+0.04752	1.55872
0.1000	0.39961	0.41862	0.475	-0.00342	1.62075
0.1125	0.39829	0.46825	0.500	0.05736	1.68000
0.1250	0.39638	0.51716	0.525	0.11423	1.73639
0.1375	0.39381	0.56536	0.550	0.17391	1.78988
0.1500	0.39052	0.61285	0.575	0.23626	1.84040
0.1625	0.38645	0.65964	0.600	0.30116	1.88788
0.1750	0.38157	0.70574			
0.1875	0.37584	0.75117	0.65	0.43814	1.97348
0.2000	0.36924	0.79594	0.70	0.58380	2.04624
			0.75	0.73708	2.10573
0.225	0.35334	0.88353	0.80	0.89690	2.15157
0.250	+0.33378	-0.96858	0.85	-1.06214	-2.18346

t	ξ	η	t	ξ	η
0.90	-1.23171	-2.20115	2.7	-2.86363	+3.59108
0.95	1.40447	2.20448	2.8	2.50483	3.92590
1.00	1.57929	2.19330	2.9	2.10621	4.22093
1.05	1.75506	2.16764	3.0	1.67256	4.47150
1.10	1.93068	2.12756	3.1	1.20920	4.67388
1.15	2.10503	2.07310	3.2	0.72184	4.82462
1.20	2.27703	2.00452	3.3	-0.21651	4.92104
1.25	2.44564	1.92205	3.4	+0.30048	4.96119
1.30	2.60986	1.82604	3.5	0.82260	4.94384
1.35	2.76866	1.71693	3.6	1.34323	4.86851
1.40	2.92111	1.59508	3.7	1.85574	4.73549
			3.8	2.35353	4.54582
1.5	3.20346	1.31562	3.9	2.83012	4.30132
1.6	3.45031	0.99252	4.0	3.27930	4.00453
1.7	3.65593	0.63142	4.1	3.69516	3.65872
1.8	3.81557	-0.23850	4.2	4.07216	3.26784
1.9	3.92540	+0.17958	4.3	4.40524	2.83650
2.0	3.98260	0.61585	4.4	4.68996	2.36983
2.1	3.98533	1.06326	4.5	4.92242	1.87354
2.2	3.93259	1.51467	4.6	5.09947	1.35376
2.3	3.82434	1.96300	4.7	5.21870	0.81695
2.4	3.66138	2.40134	4.8	5.27839	+0.26984
2.5	3.44527	2.82300	4.9	+5.27782	-0.28067
2.6	-3.17836	+3.22158			

Bahn 8.

$$\xi_0 = +0.4, \quad K = 0.8.$$

t	ξ	η	t	ξ	η
0.0000	+0.40000	0.00000	0.0500	+0.40076	-0.21292
0.0125	0.40007	-0.05360	0.0625	0.40091	0.26514
0.0250	0.40026	0.10706	0.0750	0.40085	0.31674
0.0375	+0.40051	-0.16021	0.0875	+0.40048	-0.36770

t	ξ	η	t	ξ	η
0.1000	+0.39970	-0.41796	1.05	-1.74699	-2.16392
0.1125	0.39840	0.46751	1.10	1.92199	2.12394
0.1250	0.39652	0.51634	1.15	2.09572	2.06967
0.1375	0.39398	0.56446	1.20	2.26717	2.00129
0.1500	0.39072	0.61187	1.25	2.43509	1.91907
0.1625	0.38669	0.65858	1.30	2.59866	1.82335
0.1750	0.38185	0.70461	1.35	2.75682	1.71454
0.1875	0.37617	0.74996	1.40	2.90863	1.59310
0.2000	0.36961	0.79465			
			1.5	3.18969	1.31452
0.225	0.35382	0.88208	1.6	3.43523	0.99252
0.250	0.33438	0.96698	1.7	3.63959	0.63272
0.275	0.31126	1.04937	1.8	3.79800	-0.24134
0.300	0.28445	1.12929	1.9	3.90669	+0.17495
0.325	0.25400	1.20674	2.0	3.96288	0.60917
0.350	0.21994	1.28174	2.1	3.96474	1.05428
0.375	0.18238	1.35418	2.2	3.91136	1.50311
0.400	0.14138	1.42406	2.3	3.80273	1.94862
0.425	0.09703	1.49134	2.4	3.63970	2.38392
0.450	+0.04944	1.55596	2.5	3.42388	2.80234
0.475	-0.00129	1.61787	2.6	3.15766	3.19752
0.500	0.05504	1.67700	2.7	2.84409	3.56352
0.525	0.11170	1.73328	2.8	2.48691	3.89479
0.550	0.17116	1.78666	2.9	2.09040	4.18628
0.575	0.23329	1.83708	3.0	1.65941	4.43342
0.600	0.29797	1.88446	3.1	1.19923	4.63248
			3.2	0.71558	4.78012
0.65	0.43448	1.96991	3.3	-0.21448	4.87374
0.70	0.57964	2.04253	3.4	+0.29777	4.91144
0.75	0.73240	2.10191	3.5	0.81467	4.89209
0.80	0.89169	2.14768	3.6	1.32965	4.81526
0.85	1.05639	2.17953	3.7	1.83611	4.68132
0.90	1.22539	2.19721	3.8	2.32750	4.49136
0.95	1.39757	2.20056	3.9	2.79743	4.24726
1.00	-1.57181	-2.18948	4.0	+3.23973	+3.95162

t	ξ	η	t	ξ	η
4.1	+3.64856	+3.60775	4.6	+5.01875	+1.32550
4.2	4.01848	3.21965	4.7	5.13200	0.79595
4.3	4.34453	2.79193	4.8	5.18632	+0.25702
4.4	4.62232	2.32979	4.9	+5.18099	-0.28442
4.5	+4.84808	+1.83893			

Bahn 9.

$$\xi_0 = +0.4, \quad K = 1.0.$$

t	ξ	η	t	ξ	η
0.0000	+0.40000	0.00000	0.300	+0.28725	-1.12308
0.0125	0.40007	-0.05331	0.325	0.25737	1.20004
0.0250	0.40027	0.10647	0.350	0.22392	1.27452
0.0375	0.40054	0.15936	0.375	0.18689	1.34649
0.0500	0.40082	0.21182	0.400	0.14645	1.41593
0.0625	0.40101	0.26377	0.425	0.10269	1.48277
0.0750	0.40100	0.31512	0.450	0.05571	1.54697
0.0875	0.40068	0.36581	0.475	+0.00565	1.60847
0.1000	0.39997	0.41581	0.500	-0.04747	1.66721
0.1125	0.39876	0.46510	0.525	0.10346	1.72313
0.1250	0.39697	0.51368	0.550	0.16220	1.77616
0.1375	0.39453	0.56154	0.575	0.22362	1.82626
0.1500	0.39139	0.60870	0.600	0.28756	1.87334
0.1625	0.38748	0.65515			
0.1750	0.38277	0.70092	0.65	0.42252	1.95824
0.1875	0.37724	0.74602	0.70	0.56608	2.03042
0.2000	0.37084	0.79045	0.75	0.71717	2.08946
0.2125	0.36356	0.83424	0.80	0.87472	2.13499
0.2250	0.35538	0.87737	0.85	1.03764	2.16671
			0.90	1.20480	2.18437
0.250	0.33632	0.96176	0.95	1.37511	2.18782
0.275	+0.31361	-1.04365	1.00	-1.54743	-2.17694

t	ξ	η	t	ξ	η
1.05	-1.72066	-2.15180	2.8	-2.42849	+3.79340
1.10	1.89368	2.11217	2.9	2.03890	4.07336
1.15	2.06541	2.05849	3.0	1.61654	4.30930
1.20	2.23476	1.99076	3.1	1.16673	4.49756
1.25	2.40068	1.90936	3.2	0.69517	4.63510
1.30	2.56217	1.81458	3.3	-0.20788	4.71956
1.35	2.71824	1.70685	3.4	+0.28892	4.74930
1.40	2.86795	1.58664	3.5	0.78883	4.72341
			3.6	1.28539	4.64170
1.5	3.14477	1.31096	3.7	1.77213	4.50473
1.6	3.38610	0.99249	3.8	2.24268	4.31383
1.7	3.58631	0.63694	3.9	2.69086	4.07105
1.8	3.74074	-0.25059	4.0	3.11073	3.77915
1.9	3.84572	+0.15986	4.1	3.49668	3.44161
2.0	3.89858	0.58742	4.2	3.84354	3.06254
2.1	3.89764	1.02498	4.3	4.14663	2.64666
2.2	3.84216	1.46543	4.4	4.40186	2.19928
2.3	3.73230	1.90175	4.5	4.60578	1.72613
2.4	3.56904	2.32712	4.6	4.75566	1.23338
2.5	3.35417	2.73498	4.7	4.84951	0.72753
2.6	3.09022	3.11911	4.8	4.88619	+0.21525
2.7	-2.78038	+3.47370	4.9	+4.86537	-0.29665

Bahn 10.

$$E_0 = 0, \quad K = 5.9.$$

ψ	E	F	ξ	η
0.00	0.00000	0.00000	+ 1.00000	0.00000
0.02	0.00000	+ 0.08001	1.00321	0.00000
0.04	+ 0.00002	0.16013	1.01263	0.00000
0.06	0.00014	0.24044	1.02905	- 0.00004
0.08	+ 0.00044	+ 0.32106	+ 1.05198	- 0.00015

ψ	E	F	ξ	η
0.10	+ 0.00110	+ 0.40207	+ 1.08193	— 0.00045
0.12	0.00231	0.48358	1.11921	0.00116
0.14	0.00435	0.56570	1.16434	0.00259
0.16	0.00756	0.64853	1.21772	0.00526
0.18	0.01237	0.73217	1.28015	0.00989
0.20	0.01932	0.81674	1.35225	0.01760
0.22	0.02907	0.90235	1.43490	0.02994
0.24	0.04244	0.98914	1.52904	0.04915
0.26	0.06044	1.07723	1.63558	0.07840
0.28	0.08434	1.16677	1.75521	0.12217
0.30	0.11574	1.25793	1.88843	0.18674
0.32	0.15663	1.35092	2.03481	0.28094
0.34	0.20956	1.44596	2.19175	0.41716
0.36	0.27780	1.54332	2.35311	0.61243
0.38	0.36558	1.64328	2.50535	0.88996
0.40	0.47846	1.74610	2.62169	1.27944
0.42	+ 0.62376	+ 1.85186	+ 2.64954	— 1.81497

t	ξ	η	t	ξ	η
0.00	+2.64954	—1.81497	0.9	+0.80448	—4.31964
0.04	2.63749	1.93943	1.0	0.42133	4.48437
0.08	2.61870	2.06482	1.1	+0.01289	4.61105
0.12	2.59314	2.19082	1.2	—0.41671	4.69640
0.16	2.56081	2.31713	1.3	0.86293	4.73767
			1.4	1.32093	4.73254
0.24	2.47588	2.56935	1.5	1.78558	4.67929
0.32	2.36404	2.81892	1.6	2.25154	4.57672
0.40	2.22561	3.06330	1.7	2.71331	4.42427
0.48	2.06108	3.29996	1.8	3.16531	4.22197
0.56	1.87114	3.52641	1.9	3.60196	3.97051
0.64	1.65665	3.74021	2.0	4.01770	3.67119
0.72	1.41871	3.93898	2.1	4.40716	3.32596
0.80	+1.15858	—4.12046	2.2	—4.76513	—2.93737

t	ξ	η	t	ξ	η
2.3	-5.08668	-2.50858	4.3	-0.82214	+6.64035
2.4	5.36727	2.04330	4.4	-0.18357	6.72013
2.5	5.60272	1.54575	4.5	+0.46285	6.73674
2.6	5.78936	1.02063	4.6	1.11074	6.68942
2.7	5.92402	-0.47305	4.7	1.75361	6.57810
2.8	6.00410	+0.09154	4.8	2.38497	6.40334
2.9	6.02764	0.66742	4.9	2.99842	6.16640
3.0	5.99324	1.24863	5.0	3.58767	5.86917
3.1	5.90022	1.82908	5.1	4.14668	5.51420
3.2	5.74853	2.40264	5.2	4.66965	5.10465
3.3	5.53878	2.96315	5.3	5.15112	4.64430
3.4	5.27222	3.50455	5.4	5.58604	4.13747
3.5	4.95079	4.02094	5.5	5.96982	3.58897
3.6	4.57699	4.50661	5.6	6.29839	3.00412
3.7	4.15396	4.95615	5.7	6.56823	2.38861
3.8	3.68537	5.36447	5.8	6.77642	1.74850
3.9	3.17544	5.72688	5.9	6.92071	1.09012
4.0	2.62886	6.03915	6.0	6.99949	+0.42002
4.1	2.05072	6.29752	6.1	7.01184	-0.25511
4.2	-1.44655	+6.49881	6.2	+6.95758	-0.92852

Bahn 11.

$$E_0 = 0, \quad K = 6.0.$$

ψ	E	F	ξ	η
0.00	0.00000	0.00000	+ 1.00000	0.00000
0.02	0.00000	+ 0.08001	1.00321	0.00000
0.04	+ 0.00003	0.16013	1.01286	0.00000
0.06	0.00014	0.24043	1.02902	- 0.00004
0.08	0.00044	0.32102	1.05195	0.00015
0.10	0.00110	0.40200	1.08190	0.00045
0.12	+ 0.00231	+ 0.48346	+ 1.11915	- 0.00116

ψ	E	F	ξ	η
0.14	+ 0.00435	+ 0.56550	+ 1.16421	- 0.00259
0.16	0.00755	0.64823	1.21753	0.00525
0.18	0.01236	0.73174	1.27979	0.00987
0.20	0.01929	0.81613	1.35169	0.01755
0.22	0.02898	0.90151	1.43403	0.02981
0.24	0.04232	0.98802	1.52771	0.04894
0.26	0.06024	1.07575	1.63365	0.07800
0.28	0.08401	1.16485	1.75252	0.12140
0.30	0.11519	1.25546	1.88461	0.18530
0.31	0.13415	1.30139	1.95555	0.22753
0.32	0.15574	1.34777	2.02945	0.27836
0.33	0.18028	1.39463	2.10600	0.33938
0.34	0.20814	1.44198	2.18460	0.41253
0.35	0.23973	1.48987	2.26426	0.49997
0.36	0.27554	1.53833	2.34389	0.60429
0.37	0.31605	1.58737	2.42150	0.72833
0.38	0.36198	1.63705	2.49441	0.87564
0.39	0.41402	1.68737	2.55900	1.05002
0.40	0.47287	1.73837	2.61018	1.25526
0.41	0.53955	1.79004	2.64106	1.49572
0.42	0.61509	1.84234	2.64200	1.77521
0.43	0.70068	1.89523	2.60065	2.09657
0.44	0.79768	1.94856	2.50054	2.46076
0.445	0.85092	1.97534	2.42215	2.65806
0.450	0.90759	2.00214	2.32093	2.86437
0.455	0.96789	2.02892	2.19368	3.07827
0.460	1.03202	2.05562	2.03686	3.29764
0.465	1.10022	2.08220	1.84687	3.51955
0.470	1.17270	2.10857	1.62005	3.74022
0.475	1.24965	2.13466	1.35296	3.95487
0.480	1.33129	2.16038	1.04255	4.15744
0.485	1.41780	2.18564	0.68647	4.34069
0.490	+ 1.50934	+ 2.21036	+ 0.28341	- 4.49614

ψ	E	F	ξ	η
0.495	+ 1.60608	+ 2.23442	— 0.16663	— 4.61411
0.500	1.70810	2.25777	0.66153	4.68400
0.505	1.81551	2.28032	1.19711	4.69450
0.510	1.92836	2.30203	1.76644	4.63433
0.515	2.04662	2.32286	2.35972	4.49200
0.520	2.17033	2.34284	2.96429	4.25791
0.525	2.29945	2.36200	3.56433	3.92355
0.530	2.43397	2.38044	4.14240	3.48323
0.535	2.57382	2.39828	4.67711	2.93433
0.540	2.71902	2.41565	5.14688	2.27763
0.545	2.86961	2.43267	5.52750	1.51862
0.550	3.02564	2.44948	5.79519	— 0.66501
0.555	+ 3.18722	+ 2.46617	— 5.92493	+ 0.26663

t	ξ	η	t	ξ	η
0.0	—5.92493	+0.26663	1.7	+0.62588	+6.56127
0.1	5.92748	0.83442	1.8	1.25438	6.49368
0.2	5.87291	1.40500	1.9	1.87537	6.36417
0.3	5.76084	1.97237	2.0	2.48261	6.17362
0.4	5.59156	2.53050	2.1	3.06995	5.92354
0.5	5.36584	3.07343	2.2	3.63139	5.61608
0.6	5.08533	3.59526	2.3	4.16120	5.25398
0.7	4.75215	4.09032	2.4	4.65391	4.84061
0.8	4.36904	4.55315	2.5	5.10445	4.37987
0.9	3.93931	4.97862	2.6	5.50813	3.87617
1.0	3.46680	5.36194	2.7	5.86077	3.33440
1.1	2.95584	5.69875	2.8	6.15868	2.75990
1.2	2.41120	5.98513	2.9	6.39876	2.15832
1.3	1.83804	6.21769	3.0	6.57851	1.53567
1.4	1.24186	6.39357	3.1	6.69607	0.89816
1.5	0.62845	6.51047	3.2	6.75022	+0.25217
1.6	—0.00381	+6.56673	3.3	+6.74046	—0.39581

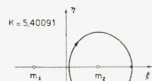


Fig. a.

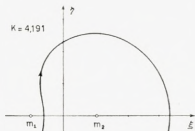


Fig. b.

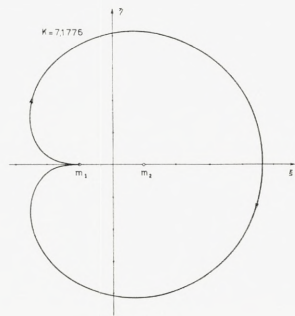


Fig. c.

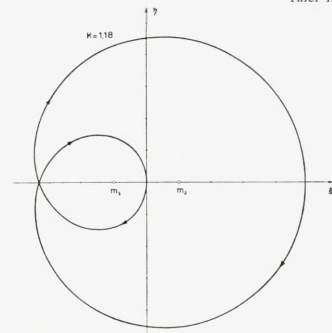


Fig. d.

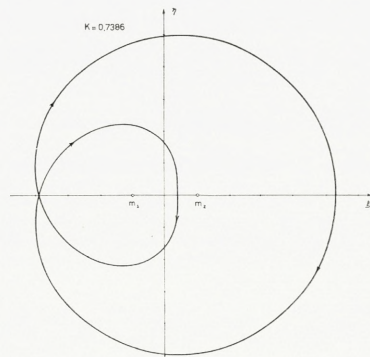


Fig. e.

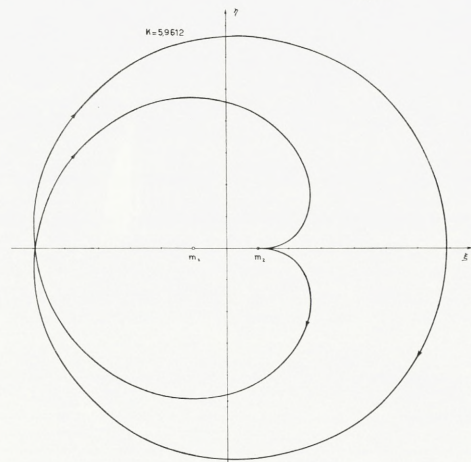


Fig. f.



Fig. g.

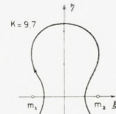


Fig. h.

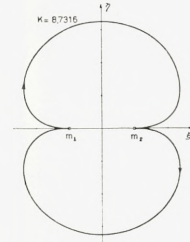


Fig. i.

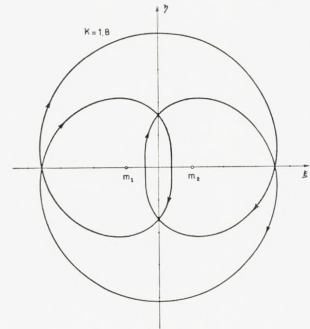


Fig. j.

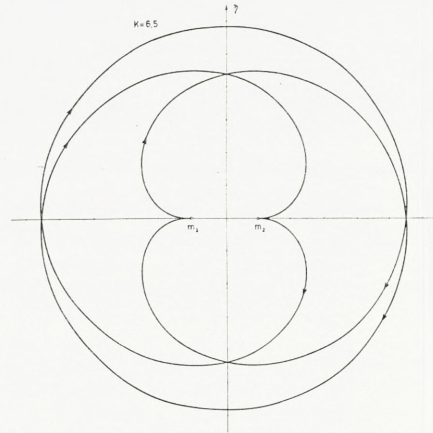


Fig. k.

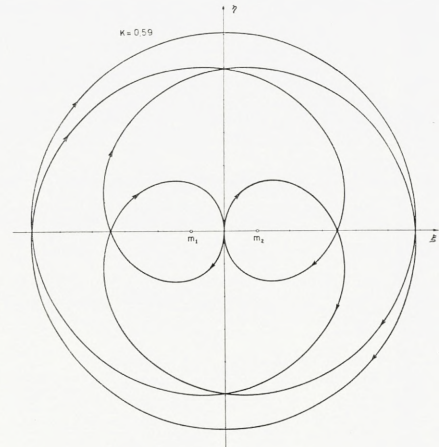


Fig. l.